

# シグモイド関数との相関によるエッジ抽出

## Edge Extraction Based on Correlation with Sigmoid Function

保刈久明

Hisaaki HOKARI

株式会社ファースト, H.Hokari@fast-corp.co.jp

概要： シグモイド関数を濃度プロファイルにもつ画像との相関係数をエッジ強度とするエッジ抽出法を開発した。本手法は次のような性質をもつ： 局所領域を用いた統計処理のため、ノイズに対してロバストである； 線形なコントラスト変化に対し、エッジ強度が変化しない； エッジに対してはエッジ強度がある一定値以上となるため、しきい値の設定が容易になる。これらの効果を、実験により確認した。

### 1. はじめに

近年は優れた画像処理の教科書（例えば[1][2]等）の普及により、エッジ抽出処理はごく当たり前に行われている。主として、Prewitt フィルタ、Sobel フィルタ、あるいは Canny フィルタ[3][4]等が用いられている。これらは微分を用いた処理のためノイズの影響を受けやすく、抽出のためのしきい値設定が困難となる場合がある。

ところで、FA における画像処理においても、エッジ抽出処理は重要な位置を占めている。ここでは、ワークの汚れや背景ノイズ、あるいは照明の明るさの不均一によるコントラスト変化等の環境のもとで、エッジを抽出しなければならない場合がある。このような状況においては、微分によるエッジ抽出では限界がある。

本論文で提案する手法は、このような問題に対処可能となることを目的としている。本手法は微分を用いず、シグモイド関数で構成した局所領域内の統計処理によりエッジ抽出を行う。そのため、ノイズに対してロバストとなる。また、統計的性質からコントラスト変化にも対応可能である。

容易に推察されるとおり、シグモイド関数はエッジの理想的な濃度プロファイルを表現しようとするものである。関数の原点での勾配はパラメータとなっており、これを適当に設定することで急峻なエッジから緩やかなエッジまで、いろいろな勾配を表現できる。提案手法は、設定した濃度プロファイルとの一致度をエッジの強度とする

ものである。

なお、同じ局所領域を用いたエッジ抽出フィルタに、分離度フィルタ[5][6]がある。これは、局所領域を2分割し、各小領域内の画像間の分離度をエッジ強度とするものである。分離度フィルタは、提案手法のシグモイド関数をステップ関数に置き換えたものとなっている。

### 2. エッジ強度の評価式

ここでは、提案するエッジ強度の評価式について述べる。

図1に示すように局所領域を用意し、中心を原点とする局所座標系を設定する。領域サイズは例えば（ $x$  サイズ ×  $y$  サイズ）=（11×5）（画素）

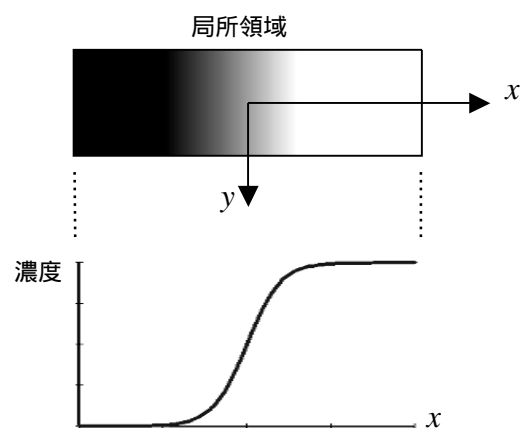


図1. シグモイド関数を濃度プロファイルにもつ局所領域の画像

程度とする．この領域を， $x$  方向の濃度プロファイルがシグモイド関数であるように画像を構成する．以下ではこの局所領域の画像を，「シグモイド画像」と呼ぶことにする．なお，シグモイド関数  $f$  は，

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-kx}} \quad (1)$$

を用いる．ここで，パラメータ  $k$  は図 2 に示すとおり，原点での勾配を表す．

さて次に，エッジを抽出したい対象画像にこのシグモイド画像をあてがい，局所領域内で相関係数を計算する．得られた相関係数の二乗を，局所領域原点に対応する位置の ( $x$  方向の) エッジ強度とする．

具体的な計算は次のようにする．まず，シグモイド画像は，シグモイド関数  $f(x)$  を整数点  $i$  に対して  $f_i = f(i)$  と標本化したものであり， $y$  方向に一樣な画像である．この画像を同じく  $f$  で表す．

この標本化に伴い，領域内の画素位置を座標  $(i, j)$  で表す． $w, v$  をそれぞれ正の整数とし，領域範囲を  $[-w, w] \times [-v, v]$  とすれば，領域内画素数  $n$  は  $(2w+1) \times (2v+1)$  である．

次に，エッジ抽出の対象画像に対し，局所領域原点を注目画素にあてがう．領域内の対象画像  $p = p(i, j)$  の画素濃度を  $p_{ij}$  と略記する．

さて，提案するエッジ強度の評価式は，画像  $f$  と画像  $p$  の相関係数  $r(f, p)$  の二乗  $r^2(f, p)$  である．相関係数の値域は  $-1 \leq r \leq 1$  であるから，本評価式のそれは  $0 \leq r^2 \leq 1$  となる．二乗するのは，次章 項で示されるエッジの評価値の範囲を広げるためである．その評価式は，

$$r^2(f, p) = \frac{\mathbf{s}_{fp}^2}{\mathbf{s}_f^2 \cdot \mathbf{s}_p^2} \quad (2)$$

である．ここで， $\mathbf{s}_f^2, \mathbf{s}_p^2$  はそれぞれ  $f, p$  の分散， $\mathbf{s}_{fp}$  はそれらの共分散を表す．これらは， $f$  と  $p$  のそれぞれの平均を  $\mathbf{m}_f, \mathbf{m}_p$  として，

$$\mathbf{s}_f^2 = \frac{2v+1}{n} \sum_{i=-w}^w (f_i - \mathbf{m}_f)^2, \quad (3)$$

$$\mathbf{s}_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=-w}^w \sum_{j=-v}^v (p_{ij} - \mathbf{m}_p)^2, \quad (4)$$

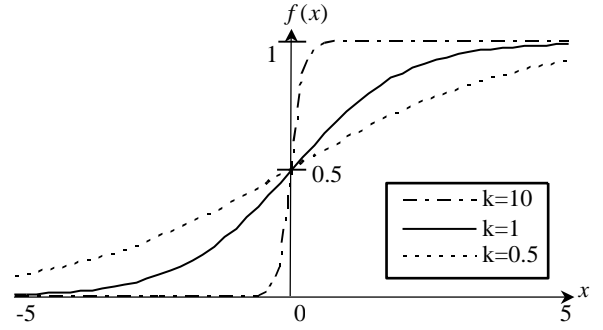


図 2. シグモイド関数

$$\mathbf{s}_{fp} = \frac{1}{n} \sum_{i=-w}^w \left\{ (f_i - \mathbf{m}_f) \sum_{j=-v}^v (p_{ij} - \mathbf{m}_p) \right\} \quad (5)$$

として求める．

### 3. 評価値の性質

以下に，(2) 式の評価値のもつ性質を 4 点述べる．  
線形不変性

相関係数  $r(f, p)$  は，変数  $f, p$  の線形変換の下で不変である．すなわち， $f, p$  の線形変換を  $g = af + b, q = cp + d$  (ただし  $ac > 0$ ) とするとき， $r(f, p) = r(g, q)$  となる．このことは，よく知られた分散，共分散における変数の線形変換に関する性質，

$$\mathbf{s}_g^2 = a^2 \mathbf{s}_f^2, \quad (6)$$

$$\mathbf{s}_{gq} = ac \mathbf{s}_{fp} \quad (7)$$

等により，直ちに導かれる．

これより，エッジ評価  $r^2(f, p)$  は任意の線形変換に対し不変となる．この性質から，シグモイド画像は，エッジの濃度差に合わせていくつも用意する必要がない．また，対象画像については，濃度の線形変換が起きてもその評価値が不変となる．すなわち，線形なコントラスト変化に対して，得られる評価値が不変となる．

相関係数をエッジ強度に用いる妥当性

ここでは，局所領域内の画像  $p = p(i, j)$  に対し，それを局所座標系の  $y$  軸に関して反転させた画像を  $p' = p'(i, j) = p(-i, j)$  とするとき，それぞれの評価値が等しくなることを確認する(図 3 参照)．

まず，シグモイド関数  $f$  を  $y$  軸に関して反転させたものを  $f'$ ，すなわち  $f' = f(-x)$  とする．こ

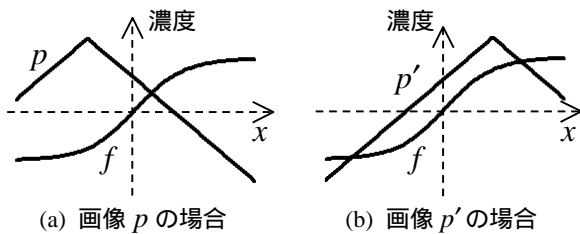


図 3. 画像とシグモイド関数  $f$

のとき、 $f'$  のシグモイド画像と画像  $p'$  に関しては、 $f$  のシグモイド画像と画像  $p$  を 180 度回転したものであるから、 $r(f, p) = r(f', p')$  となることは明らか。

ここで、項の線形不変性により、 $f$  は平行移動して奇関数、すなわち  $f(-x) = -f(x)$  であるとしても相関係数は変わらないことに注意する。すると、

$$\begin{aligned} r(f, p) &= r(f', p') = r(f(-x), p') \\ &= r(-f, p') = -r(f, p') \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。最後の等号は(7)式を用いた。

(8)式は、二つの画像  $p, p'$  に対して、同一のシグモイド画像  $f$  による評価値  $r^2$  が等しく、かつ  $r$  の符号が反対になることを示している。つまり、エッジの評価  $r^2$  は、エッジの勾配方向に合わせてシグモイド画像を反転させて用いる必要がないことがわかる。さらに、エッジ勾配の向きは相関係数  $r$  の符号、すなわち共分散  $s_{fp}$  の符号により知ることができる。

#### 評価値 $r^2$ の下限値

エッジに対しては、評価値  $r^2$  は下限値 0.75 をもつ。このことの概要を以下に示す。

ここでは、図 4(a)のように対象画像のエッジモデルとして、シグモイド関数を用い、局所座標  $y$  方向に一樣な画像を考える。つまり、評価値はシ

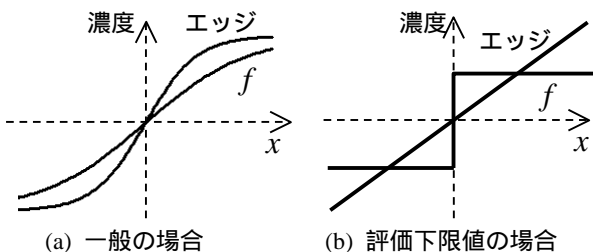


図 4. エッジとシグモイド関数  $f$

グモイド関数同士の相関値とする。二つのシグモイド関数はパラメータ  $k$  および  $k'$  で区別され、 $f(k; x), f(k'; x)$  と表すことにする。どちらをエッジとしても構わない。

さて、このとき評価値の最大値は  $k = k' = K$  のときに達成される。 $k$  および  $k'$  が  $K$  からそれぞれ異なる方向に離れるに従い、評価値は単調に減少する。そして、図 4(b)のように、局所領域の範囲  $[-w, w]$  において、 $f(k; x)$  が極限としてのステップ関数、 $f(k'; x)$  が近似としての直線となったとき、評価値は下限値をとる。このとき、(2)式を用いて離散点で計算すると、

$$r^2 = \frac{3}{4} \frac{w+1}{w+1/2} > \frac{3}{4} \quad (9)$$

が得られる。

以上は理想的な状況ではあるが、エッジに対しては原理的に、評価値のしきい値を 0.75 付近に設定することで抽出できることになる。

#### コントラスト変化時の相違箇所

項に述べたように、線形なコントラスト変化をした対象画像に対しては、評価値に変化がおきない。しかし、図 5(a)の破線上の様子をみると、このとき  $s_p^2$  は変化している(図 5(d))。従って、このような場合は  $s_p^2$  にしきい値(これを「分散しきい値」と定義)を設けることにより、区別することができる。

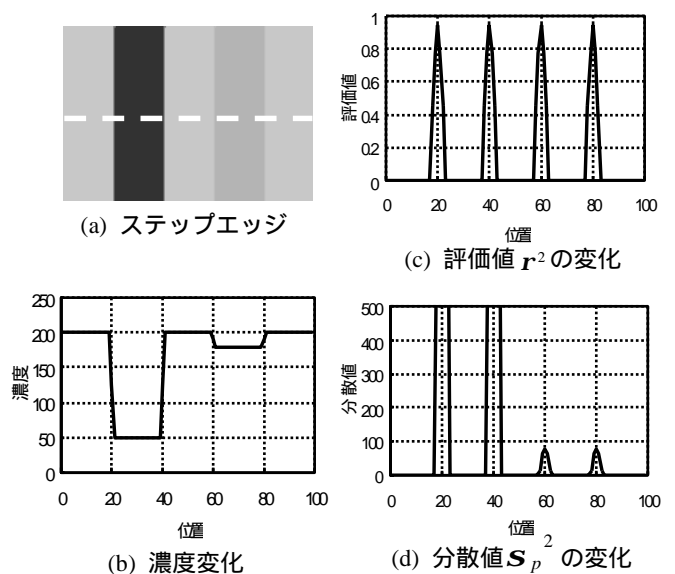


図 5. コントラストの違うステップエッジ画像

## 4. エッジ抽出のアルゴリズム

前章の性質より，エッジ抽出の方法として以下の手順が考えられる．

Step1 (前処理): 必要に応じ，前処理として対象画像に平滑化処理 (メジアン，ガウシアン等) を施す．

Step2 (しきい値の設定): 分散しきい値  $T_s$ ，およびエッジ強度しきい値  $T_E$  を設定する．

Step3 ( $x$  方向のエッジ強度): 対象画像の注目画素  $p$  に対し，図 2 のシグモイド画像との相関により， $x$  方向のエッジ強度  $E_x$  を求める．ただし  $E_x$  はエッジ勾配方向の符号付きにするため，(2) 式を修正した

$$E_x = \frac{\mathbf{s}_{fp} \cdot |\mathbf{s}_{fp}|}{\mathbf{s}_f^2 \cdot \mathbf{s}_p^2} \quad (10)$$

で計算する．このとき， $\mathbf{s}_p^2 < T_s$  であれば  $E_x = 0$  とする．

Step4 ( $y$  方向のエッジ強度): 画素  $p$  に対し，図 2 のシグモイド画像を 90 度回転した画像を用いて，Step3 と同様に  $y$  方向のエッジ強度  $E_y$  を求める．

Step5 (エッジ強度と勾配方向): 画素  $p$  のエッジ強度  $E$  およびその勾配方向  $\mathbf{q}$  を

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \quad (11)$$

$$\mathbf{q} = \tan^{-1} \left( \frac{E_y}{E_x} \right) \quad (12)$$

で求める．

Step6 (エッジ強度画像): Step3 ~ Step5 を対象画像の処理範囲全点について行う．

Step7 (エッジ点抽出):  $E \geq T_E$  なる画素に対して非極大点抑制処理を行い，エッジ点を抽出する．

## 5. 実験と考察

### 5.1 Pratt の FOM

提案手法の性能評価として，ここでは Pratt の FOM (figure of merit) [4][7][8] の実験を行う．評価は二種類ある．

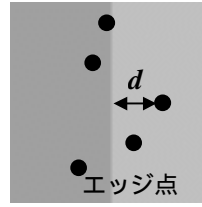


図 6. テスト画像

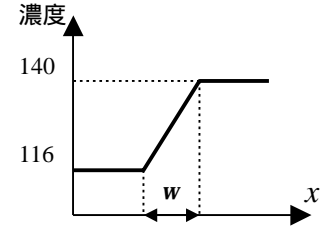


図 7. 図 6 の濃度分布

一つ目は，ノイズに対するロバスト性の評価であり，次のようにする．図 6 および図 7 にあるように，サイズ  $64 \times 64$  の濃度差  $h = 24$  のステップエッジ画像を用意する．図 7 の  $w$  はエッジ幅であり，ここでの評価では  $w = 1$  で固定する．ここに，平均 0，標準偏差  $\mathbf{s}$  のガウスノイズを重畳し，エッジ抽出を行う．このときの信号対雑音比 SNR は  $\text{SNR} = (h/\mathbf{s})^2$  で定義する．

さて，FOM 評価値  $F$  は，抽出したエッジ点  $i$  と真のエッジ位置との距離を  $d(i)$  として，

$$F = \frac{1}{\max\{I_I, I_A\}} \sum_{i=1}^{I_A} \frac{1}{1 + 1/9 \cdot d^2(i)} \quad (13)$$

で求める．ここで， $I_I$  は真のエッジ点の数 ( $=64$ )， $I_A$  は抽出したエッジ点の数である．抽出エッジ点が全て真の位置であれば  $F = 1$  となる．

シグモイド画像のサイズを  $13 \times 7$  と  $7 \times 7$  の 2 パターンを設定した．また，シグモイド関数のパラメータ  $k$  は  $k = 1$  とした．評価結果を図 8 に示す．

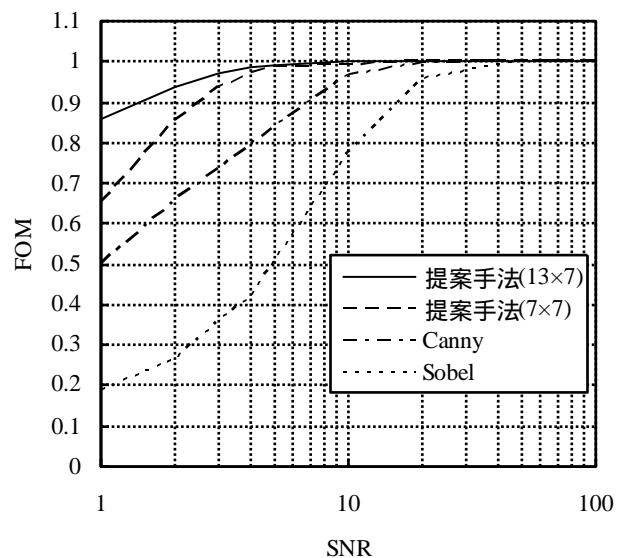


図 8. ノイズに対する FOM

比較として、Sobel フィルタおよび Canny フィルタ ( $s = 1.0$ ) の結果も示す。提案手法がノイズに対してロバストであることが分かる。

二つ目の評価は、エッジ勾配に対するロバスト性についてである。これは、エッジのボケに対する評価と見ることもできる。ここでも図 6 を用いる。図 7 の  $w$  を変化させ、そこに  $SNR = 100$  のガウスノイズを重畳して、(13) 式の評価を行う。

シグモイド画像のサイズは  $13 \times 7$  と  $7 \times 7$  にし、ここではパラメータ  $k$  を  $k = 0.5$  とした。結果を図 9 に示す。同じく比較として Sobel フィルタ、Canny フィルタ ( $s = 1.0$ ) の結果も示す。提案手法がパラメータ  $k$  の調整により、エッジのボケに対してもロバストであることが分かる。

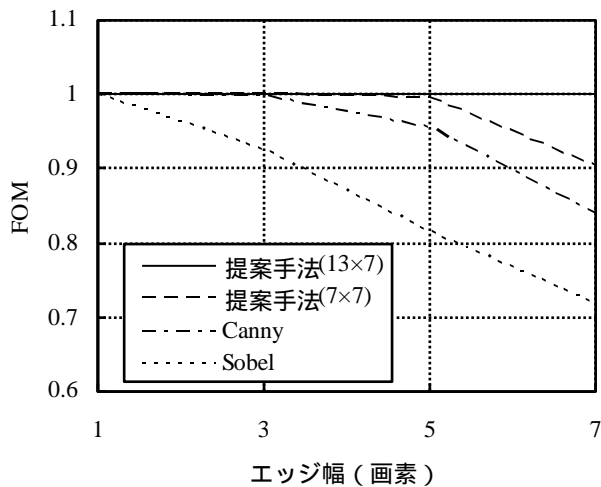
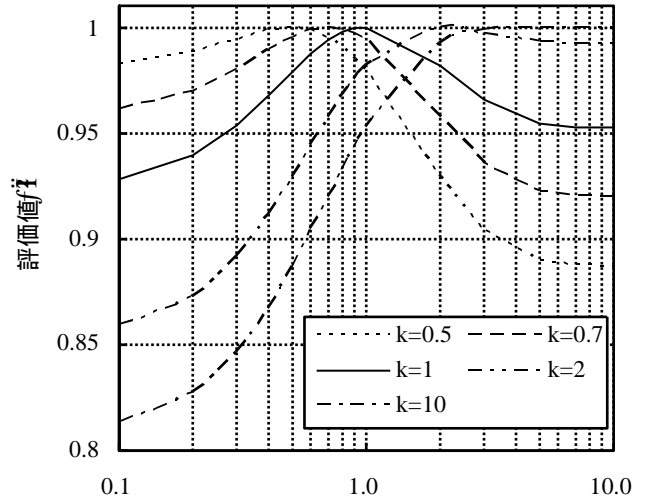


図 9. エッジ勾配に対する FOM

### 5.2 エッジ勾配に対する評価値 $r^2$ の違い

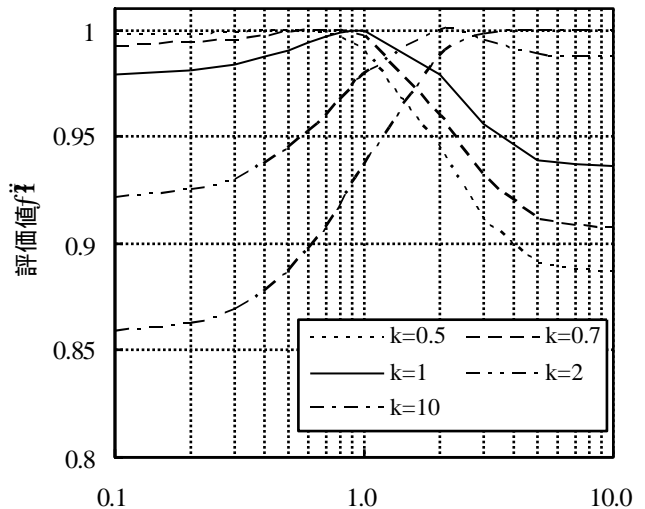
3 章 項で、二つのシグモイド関数  $f(k; x)$  および  $f(k'; x)$  を定義し、一方をシグモイド画像、もう一方を対象画像のエッジモデルとした。ここでは、パラメータ  $k$  および  $k'$  を変化させた時に、評価値  $r^2$  がどのような振る舞いを示すかを、数値実験によって調べる。

実験は一次元で行う。局所領域の範囲  $[-w, w]$  は  $w = 13$  と  $w = 7$  の 2 パターンを設定した。関数  $f$  は整数点  $x = i$  で標本化し、(2) 式により原点での評価値  $r^2$  を計算する。シグモイド画像のパラメータ  $k = 0.5, 0.7, 1, 2, 10$  の 5 種類について、対象画像エッジモデルのパラメータ  $k'$  の変化に対する評価値  $r^2$  を調べた。結果を図 10 に示す。



エッジを表すシグモイド関数のパラメータ  $k'$

(a)  $w = 13$  の場合



エッジを表すシグモイド関数のパラメータ  $k'$

(b)  $w = 7$  の場合

図 10. エッジ勾配モデルに対する評価値  $r^2$

図を見る限りでは、 $k = 1$  の評価値の変動が最も少なく、この値を境に  $k > 1$  ではステップ状のエッジ、 $k < 1$  ではボケたエッジに対し、それぞれ評価値が安定している。したがって、実際に用いる場合は  $k = 1$  付近に設定すれば、いろいろなエッジの傾きに対して安定した評価値が得られる。

### 5.3 サンプル画像のエッジ抽出

図 11 の実画像 (画像サイズ:  $512 \times 480$ ) のエッジ抽出を試みる。これは、シェーディングが発生したアライメントマークの画像である。背景は筋

状のノイズが走っている．図 12 に結果を示す．

提案手法での処理は，局所領域サイズ  $13 \times 7$ ，パラメータ  $k = 1.5$  とした．また，Canny フィルタでは  $s = 2.0$  で処理を行った．

結果を得る際，非極大点抑制処理は次のようにした．提案手法の場合は，注目画素のエッジ強度が，その勾配方向にある前後の画素のエッジ強度より小さい場合に強度をゼロとする．Canny フィルタの場合は，二つのしきい値  $T_{HIGH}$  と  $T_{LOW}$  を設ける．その上で，微分値のヒストグラムを作り，微分値ゼロから見て全点数の  $T_{HIGH}$  % および  $T_{LOW}$  % に相当する微分値に対し，Canny の方法でエッジを抽出する．

図 12 を見ると，提案手法ではノイズをほぼ排除し，シェーディング部分のエッジも抽出できている．一方 Canny フィルタでは，シェーディング部分を抽出しようとする時，背景ノイズを除去できない．

参考までに，図 12 の結果を得たときの処理時間は，提案手法が 31(19)ミリ秒，Canny フィルタが 218(203)ミリ秒であった．ただし，カッコ内は非極大点抑制処理を除いた時間である．なお，CPU は Celeron 2.66GHz である．

## 6. まとめ

本論文では，シグモイド関数を濃度プロファイルにもつ画像との相関による，エッジ抽出の方法を提案した．本手法では，コントラスト変化，ノイズ，ボケ等に比較的ロバストであることを見た．今後は，処理の高速化および対象画像に合わせたパラメータの自動設定について開発を行う予定である．

### 参考文献

- [1] 高木幹雄，下田陽久：新編 画像解析ハンドブック，東京大学出版会，2004.
- [2] 田村秀行：コンピュータ画像処理，オーム社，2002.
- [3] J.Canny: A Computational Approach to Edge Detection, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.8, No.6, pp.679-698, 1986.
- [4] 森俊二，坂倉梅子：画像認識の基礎[ ]，オーム社，1990.
- [5] 福井和広：領域間の分離度に基づくエッジ抽出，情報処理学会コンピュータビジョン研究報告，Vol.94, No.8, pp.1-8, 1994.

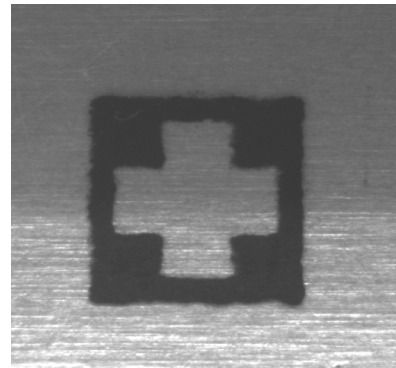
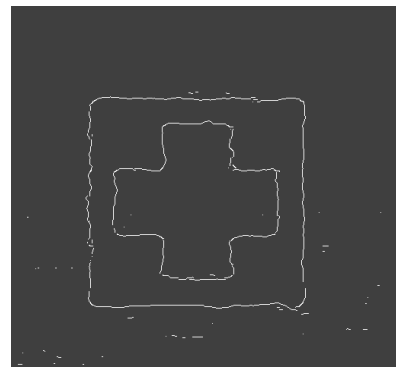
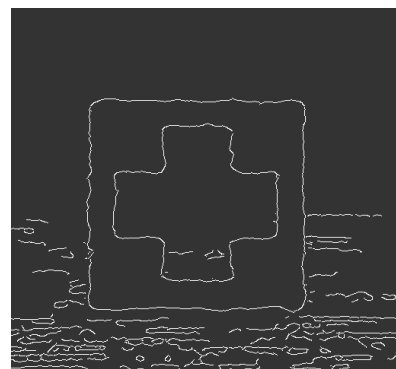


図 11. サンプル画像



(a) 提案手法 :  $T_s = 30$ ,  $T_E = 0.84$



(b) Canny :  $T_{HIGH} = 92$ ,  $T_{LOW} = 75$

図 12. 図 11 の処理結果

- [6] K.Fukui: Edge Extraction Method Based on Separability of Image Features, IEICE Trans. Information and Systems, Vol.E78-D, No.12, pp.1533-1538, 1995.
- [7] W.K.Pratt: Digital Image Processing, John Wiley & Sons, 1991.
- [8] I.E.Abdou, W.K.Pratt: Quantitative Design and Evaluation of Enhancement/Thresholding Edge Detectors, Proc. of the IEEE, Vol.67, No.5, pp.753-763, 1979.

保刈久明：株式会社ファースト 技術開発センター所属．画像処理アルゴリズムの開発に従事．